SISTEME DE NUMERAȚIE.
Conversia numerelor dintr-o bază în alta.

Elementele electronice care stau la baza construcţiei calculatoarelor au un număr finit de stări stabile. Notându-se cu ***b*** numărul stărilor, informaţiile se pot reprezenta ca numere scrise în **baza *b***. În funcție de anumite convenţii, o informaţie care de fapt este un număr scris într-o baza *b*, poate reprezenta şi altceva decât numere.

Ex:	Codul	Simbol codificat	
	00	A	
	01	B	
	10	C	(o litera fiind codificata cu doua cifre)

Realizarea elementelor electronice cu mai mult de două stări stabile este costisitoare şi dificilă. De aceea se folosesc cele două stări stabile, motiv pentru care la baza funcționării majorității calculatoarelor electronice stă sistemul de numerație cu baza 2 (sistemul binar).

Într-un calculator se folosesc pentru reprezentarea datelor şi efectuarea operațiilor aritmetice diferite sisteme de numeraţie care au de obicei ca baza numărul doi sau puteri ale numărului doi.

Sistemul de numeraţie reprezintă un ansamblu de reguli care precizează cum va fi folosit un set de cifre pentru a reprezenta valori numerice cuprinse într-o gama cât mai larga.

Orice sistem de numeraţie presupune o bază care dă şi numele respectivului sistem. Considerând, generic, un **sistem de numerație cu baza "b",** un număr în acest sistem se va scrie sub forma:

$$N = a_n \cdot b^n + a_{n-1} b^{n-1} + a_{n-2} b^{n-2} + ... + a_1 b^1 + a_0 b^0 = \sum_{i=0}^{n} a_i \cdot b^i$$

unde: a_i - cifrele numărului N in baza *b*

b^i - ponderile cifrelor

i - rang

Între sistemele de numeraţie uzuale, putem aminti:

- **binar**: (sistemul cel mai folosit în reprezentarea internă a datelor într-un sistem de calcul) - cifrele 0,1 numite biţi (b=2)
- **zecimal**: (sistemul utilizat în mod natural) - cifrele 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 (b=10)
- **BCD** (binar codificat zecimal) - cifrele 0..9
- **hexazecimal**: cifrele 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F (se foloseşte în notaţii sufixul "h" sau "H") (b=16)
- **octal**: cifrele 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 (b=8)

Putem defini **codul ponderat** ca fiind codul care asociază fiecărui număr exprimat în codul respectiv, o secvenţă de cifre, fiecare cifră având o anumită pondere, numărul îndeplinind relaţia de mai sus. Codurile corespunzătoare numerelor exprimate în sistemele de numeraţie amintite mai sus se mai numesc şi coduri numerice (binar, octal, zecimal, hexazecimal) şi sunt coduri ponderate.

Există şi coduri neponderate cum ar fi:

- coduri alfanumerice (ASCII sau EBCDIC cele mai folosite)
- coduri pentru detecţia şi corecţia erorilor (HAMMING)
- codul cu exces de 3, codul GRAY (codul binar reflectat) etc.

Sistemul hexazecimal se dovedeşte un instrument intermediar deosebit de util în colaborarea omului cu calculatorul , deoarece permite utilizarea unui număr mai mic de semne decât sistemul binar pentru simbolizarea unei informaţii, precum şi aplicarea unor reguli simple de transpunere în sistemul binar în care lucrează calculatoarele.

Conversia unui număr întreg dintr-o bază în altă bază

Operaţia se face în mai mulţi paşi:

1. se împarte numărul la noua bază
2. se reţine câtul care se împarte din nou la noua bază
3. se repetă operaţia până la obţinerea unui cât=0
4. resturile numărului vor constitui cifrele numărului în noua bază, număr care se obţine scriind resturile succsesive de jos în sus (primul rest obţinut este cifra de rang 0..ultimul rest este cifra de rang n)

Conversia numerelor întregi se realizează printr-un proces iterativ de împărţire a numărului ce urmează a fi convertit la noua bază. Resturile obţinute în fiecare iteraţie reprezintă cifrele numărului reprezentat în noua baza.

Ex.: trecerea câtorva numere din zecimal în binar (b=2)

13/2 -> cit 6, rest 1
6/2 - > cit 3, rest 0
3/2 - > cit 1, rest 1
1/2 - > cit 0, rest 1

Rezulta: $13_{(10)} = 1101_{(2)}$

179/2 cit 89, rest 1
89/2 cit 44, rest 1
44/2 cit 22, rest 0
22/2 cit 11, rest 0
11/2 cit 5, rest 1
5/2 cit 2, rest1
2/2 cit 1, rest 0
1/2 cit 0, rest 1

Rezulta: $179_{(10)} = 10110011_{(2)}$

$57_{(10)} = 111001_{(2)}$
57=2*28+1
28=2*14+0
14=2*7+0
7=2*3+1
3=2*1+1
1=2*0+1

Tema: $672_{(10)} = ?_{(2)}$
$79_{(10)} = ?_{(2)}$
$71_{(10)} = ?_{(2)}$

$672_{(10)}= 1240_{(8)}$
672=8*84+0
84=8*10+4
10=8*1+2
1=8*0+1

Tema: $71_{(10)} = ?_{(8)}$
$273_{(10)} = ?_{(8)}$
$347_{(10)} = ?_{(8)}$

$672_{(10)}= 2A0_{(16)}$
672=16*42+0
42=16*2+A
2=16*0+2

Tema: $506_{(10)} = ?_{(16)}$
$71_{(10)} = ?_{(16)}$
$2755_{(10)} = ?_{(16)}$

Conversia unui numar din baza 2 in baza 10

Ex:
$1101_{(2)} = 1*2^3 +1*2^2 +0*2^1 +1*2^0 = 13_{(10)}$
$1101101_{(2)} = 1*2^6 +1*2^5 +0*2^4 +1*2^3 +1*2^2 +0*2^1 +1*2^0 = 109_{(10)}$
$0,1101_{(2)} = 1*2^{-1} + 1*2^{-2} + 0*2^{-3} + 1*2^{-4} = 1/2 + 1/4 + 1/16 = 0,8125_{(10)}$
$1000,101_{(2)} =1*2^3 + 0*2^2 + 0*2^1 + 0*2^0 + 1*2^{-1} + 0*2^{-2} +1*2^{-3} = 8 +1/2 + 1/8$
$= 8 + 0,5 + 0,125 = 8,625_{(10)}$

Conversia unui numar din baza 8 in baza 10

Ex:

$1240_{(8)} = 1*8^3 + 2*8^2 +4*8^1 +0*8^0 = 512+128+32+0 = 672_{(10)}$

$0,35_{(8)} = 3*8^{-1} + 5*8^{-2} = 3/8 + 5/64 = 29/64 = 0,453125$

Conversia unui numar din baza 16 in baza 10

Ex:

$FA5_{(16)} = 15*16^2 + 10*16^1 + 5*16^0 = 4005_{(10)}$

$0,2C_{(16)} = 2*16^{-1} + 12*16^{-2} = 2/16 + 12/256 = 44/256 = 0,171875$

$EA,B_{(16)}= E*16 +A + B*16^{-1} = 14*16$
$+10+11*1/16=224+10+0,6875=254,6875_{(10)}$

Tema: $533_{(8)} = ?_{(10)}$ $AC3_{(16)} = ?_{(10)}$ $11011_{(2)} = ?_{(10)}$

Conversia unui numar fractionar dintr-o baza in alta

Daca numarul este supraunitar conversia se face ca si mai sus pentru partea intreaga, iar pentru partea zecimala conversia se face urmind pasii de mai jos. Daca numarul este subunitar, evident are loc o conversie numai pentru partea zecimala.

Etape:

1. se inmulteste numarul cu noua baza
2. se retine partea fractionara care se inmulteste din nou cu noua baza
3. se repeta operatia pina la obtinerea unei parti fractionare=0
4. partile intregi obtinute vor constitui cifrele numarului in noua baza, numar care se obtine scriind aceste parti intregi succesiv de sus in jos (prima parte intreaga obtinuta este cifra de rang 0..ultima este cifra de rang n)

Obs.

Daca pentru partea intreaga este diferită de 0 conversia se face exact, pentru partea zecimala exista posibilitatea sa nu se faca exact, adica o fractie rationala intr-o baza sa devina irationala prin conversie la alta baza.

Exemplu: conversia numarului 0.3 din zecimal in binar

0.3*2=0.6   p.i=0, p.z=.6
0.6*2=1.2   p.i=1, p.z=.2
0.2*2=0.4   p.i=0, p.z=.4
0.4*2=0.8   p.i=0, p.z=.8
0.8*2=1.6   p.i=1, p.z=.6   si de aici se repeta periodic

Deci $0.3_{(10)} = 0.(01001)_{(2)} = 0/2^1+1/2^2+0/2^3+0/2^4+1/2^5$ adica se obtine o valoare aproximativa

- trecerea lui 0.125 din zecimal in binar
  0.125*2=0.25   p.i=0, p.z=.25
  0.25*2 =0.5   p.i=0, p.z=.5
  0.5*2 =1.0   p.i=1, p.z=0 si aici ne oprim

Deci $0.125_{(10)} = 0.(001)_{(2)} = 0/2^1+0/2^2+1/2^3$ deci s-a obtinut o reprezentare exacta

Tema:
$0{,}5_{(10)}= ?_{(2)}$ $0{,}7109375_{(10)}= ?_{(2)}$ $0{,}375_{(10)}= ?_{(2)}$ $17{,}25_{(10)}= ?_{(2)}$

Conversia unui numar dintr-o baza in alta baza care este putere intreaga a primei baze

Caz particular:
A. <u>Conversia unui numar binar in hexazecimal si invers</u>

Avem urmatoarea corespondenta intre numerele hexa si numerele binare:

hexa		binar	hexa	binar
0	-	0000	8	1000
1	-	0001	9	1001
2	-	0010	A	1010
3	-	0011	B	1011
4	-	0100	C	1100
5	-	0101	D	1101
6	-	0110	E	1110
7	-	0111	F	1111

Conversia propriu-zisa se realizeaza grupind cifrele de la dreapta la stinga cite 4 (tetrade binare-cifre hexa, $2^4 = 16$) si eventual adaugind la stinga un numar de zerouri pentru completarea tetradei.

Ex.: 0101102--- > 00011110---- > 1E (16)
 011011101111,001110100100
  6 E F , 3 A 4

Conversia inversa se realizeaza simplu inlocuind cifrele hexa cu tetradele binare corespunzatoare.

Putem spune ca pentru a trece un numar dintr-o baza in alta care este putere intreaga si pozitiva a primei baze se grupeaza cifrele de la dreapta la stinga cite n pozitii si, eventual se adauga la stinga zerouri.

B. <u>Conversia unui numar din binar in octal</u>

Se grupeaza cifrele cite 3 de la virgula spre stinga pentru partea intreaga si de la virgula spre dreapta pentru partea fractionara si se inlocuiesc triadele formate in echivalentul octal

```
Ex: 010 111 010 ,001 111 010
     2   7   2  , 1   7   2
```

Operatii aritmetice in diferite sisteme

Regulile dupa care se efectueaza operatiile aritmetice sunt aceleasi in toate sistemele. Pentru efectuarea operatiilor sunt comod de utilizat tabelele de adunare si inmultire a numerelor mai mici decit baza

Ex: Operatii elementare cu numere binare:

```
"*"  0*0=0          "+"  0+0=0       "-"  0-0=0
     0*1=0               0+1=1            1-1=0
     1*0=0               1+0=1            1-0=1
     1*1=1               1+1=10           10-1=1
```

```
Ex: Adunare:
   15 +13 =28      Baza 10

      1111  +      Baza 2       17 +15=34   Baza 8        F+D=1C   Baza16
      1101
      ------
     11100

  Scadere:
29-15=14    Baza 10

11101 -     Baza 2       35-17=16    Baza 8       1D-F=E      Baza 16
 1111
--------
 1110
```

Inmultire:

15 * 13=195 Baza 10

```
        1111 *       Baza 2
        1101
        ---------
        1111
      1111
     1111
  -------------
    11000011
```

Impartire:

156:39=4   Baza 10

```
10011100:100111=100   Baza 2        234:47=4     Baza 8
100111
----------
     =  00                          9C:27=4      Baza 16
        00                          9C
       -----                        ----
         =                            =
```

Ex:

```
   ACA +
    B1F
   -----
   15E9
```

$(A+F)_{(16)} = 10+ 15= 25=19_{(16)}$

$(1+C+1)_{(16)} = 1 + 12+ 1= 14 =E_{(16)}$

$(A+B)_{(16)} = 10 + 11 = 21 = 15_{(16)}$

Adunarea si scaderea numerelor hexazacimale

Aceste operatii se fac simplu tinind cont de transportul/imprumutul dintre ranguri care este citul impartirii rezultatului adunarii/scaderii dintre cifrele hexa ale unui rang la 16 si care se aduna/scade intre ranguri. Cifra hexa a fiecarui rang al rezultatului adunarii/scaderii este data de restul impartirii la 16.

Ex.	2E 7C+	C5 D7 -	1A9C+	E5 -
	CDA6	ABCD	F2EB	BC
	--------	----------	----------	-----
	FC22	1A0A	10D87	29

$A_{(16)} + 3_{(16)} = 10_{(10)} + 3_{(10)} = 13_{(10)} = D_{(16)}$
$E_{(16)} + F_{(16)} = 14_{(10)} + 15_{(10)} = 29_{(10)} = 1D_{(16)}$
$B_{(16)} + B_{(16)} = 11_{(10)} + 11_{(10)} = 22_{(10)} = 16_{(16)}$

Tema: Se dau numerele in baza 16

x=17A Sa se efectueze calculele: x+y
y=A4,B52 y+z
z=BAC,54A x+y+z

Se dau numerele in baza 16:
x=A00B,F54 Sa se efectueze calculele: x-y
y=FFE,A7809 y-z
z=13ABC z-x-y